

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ БУРЯТИЯ
ГАПОУ РБ «Бурятский республиканский многопрофильный
техникум инновационных технологий»

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА
ТОПОЛОГИЯ. ЛИСТ МЁБИУСА.

Выполнил обучающийся: Дьяков Михаил Викторович
(ФИО)

Группа: ТЭПСЖД - 17
(наименование группы)

Специальность: 23.02.06 Техническая
эксплуатация подвижного
состава железных дорог.
(наименование специальности)

Преподаватель: Габитова Т.А.
(фамилия, инициалы)

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Введение | 3 |
| Глава 1. Из истории топологии..... | 5 |
| 1.1. Исторические сведения..... | 5 |
| 1.2. Топология как наука..... | 6 |
| Глава 2. Лист Мёбиуса - начало новой науки топологии | 8 |
| 2.1. А.Ф. Мёбиус и его открытие..... | 8 |
| 2.2. Лист Мёбиуса..... | 9 |
| 2.3. Свойства лист Мёбиуса..... | 11 |
| Глава 3. Эксперименты с листом Мёбиуса..... | 12 |
| Глава 4. Применение листа Мёбиуса | 15 |
| Глава 5. Лист Мёбиуса в природе | 19 |
| Глава 6. Открытие Клейна | 21 |
| Заключение | 25 |
| Список источников информации | 27 |
| Приложение | 28 |

ВВЕДЕНИЕ

Для многих людей математика является и трудной, и непонятной, и неинтересной. Наш современник Сухомлинский считал, «что чувство удивления – могучий источник желания знать: от удивления к знаниям – один шаг». А математика замечательный предмет для удивления.

Я хочу рассказать об удивительной поверхности, которая имеет только одну сторону и относится к «математическим неожиданностям». Хотя лист Мёбиуса был открыт ещё в XIX веке, он был актуален и в XX веке. Интерес к листу Мёбиуса не угас и в наши дни. Удивительные свойства листа Мёбиуса использовались и используются в технике, в физике, в живописи, в архитектуре, в оформлении ювелирных изделий, бижутерии и даже в кулинарии. Она вдохновляет на творчество многих писателей и художников.

Актуальность исследования. Топология – сравнительно молодая математическая наука. Примерно за сто лет её существования в ней достигнуты результаты, важные для многих разделов математики. В настоящее время, очень популярны нестандартные задачи, нестандартные решения и применения, лист Мёбиуса относится к разряду таких применений.

Цель исследования. Изучение и систематизация свойств листа Мёбиуса.

Задачи исследования:

1. найти значение слова топология;
2. изучить, как возникла наука топология;
3. познакомиться с биографией августа Мёбиуса, с историей появления листа Мёбиуса;
4. изготовить лист Мёбиуса;
5. с помощью опытов рассмотреть свойства листа Мёбиуса;
6. узнать области применения листа Мёбиуса.

Объект исследования. Топология.

Предмет исследования. Лист Мёбиуса и его свойства.

Гипотеза исследования. Лист Мёбиуса, как топологическая фигура, обладает действительно неожиданными свойствами.

Методы исследования: анализ, сравнение, обобщение, моделирование, эксперимент.

Практическая значимость. Работа может быть использована в качестве материала для проведения математических кружков и как научно-популярный источник информации.

Глава 1. ИЗ ИСТОРИИ ТОПОЛОГИИ.

«Не многие ветви геометрии развивались в последнее время так быстро и плодотворно, как топология; редко случается, чтобы незаметный вначале отдел какой –нибудь науки приобрёл такое основное значение для большого ряда совершенно различных областей знания, как топология».

Д. Гильберт.

1.1. Исторические сведения.

Многие считают, что математика – это наука о числах или величинах. Можно привести не один аргумент против этого определения и к числу разделов математики, которые не являются науками о числах и величинах, принадлежит топология. Топология успешно обходится без арифметизации и служит сильным доводом против отождествления математики с арифметикой и вычислениями.

Топология стала отдельной областью математики примерно 90 лет назад, но само её развитие приходится на последние 70 лет. Топология, как одна из самых новых ветвей науки геометрии, имеет великое будущее. Она образовалась из потребности анализа, но, ни в коем случае не является отделом анализа, а принадлежит геометрии (хотя содержит теоремы, связанные с алгеброй). Однако интересно то, что идеи топологии проникают почти во все области математики.

Топология даёт важные понятия, которые используются для доказательства некоторых основных предложений – теорем существования. (Теорема существования – это теорема, которая утверждает, что каждая из широкого класса задач имеет решение специального вида).

Топология – очень красивая наука. Она осуществляет связь геометрии с алгеброй. Ее идеи и образы играют ключевую роль практически во всей современной математике – в дифференциальных уравнениях, механике,

комплексном анализе, алгебраической геометрии, функциональном анализе, математической и квантовой физике, теории представлений, и даже – в удивительно преображенном виде – в теории чисел, комбинаторике и теории сложности вычислений. В частности, современная топология находит широкое применение в механике и математической физике. Топологические методы широко используются в качественной теории движения твердого тела.

Топология – одна из наиболее центрально-расположенных математических дисциплин, в смысле численности связей и степени взаимного влияния с другими разделами математики. Математическое сообщество высоко отметила вклад топологии к развитию математики. За период с 1936 по 2006 г., одна из высших наград в математике, Медаль Филдса, была присуждена 48 математикам, 9 из них за исследования именно в топологии. В работах еще нескольких из лауреатов топологические методы играли важную роль.

1.2. Топология как наука.

Одним из самых неожиданных явлений в развитии математики XX века стал головокружительный взлет науки, известной под названием топология.

Топология (от греч. τόπος – место и λόγος – слово, учение)– это раздел геометрии, изучающий в самом общем виде явление непрерывности, в частности свойства пространства, которые остаются неизменными при непрерывных деформациях, например, связность, ориентируемость.

Наука эта молодая и потому озорная. Иначе не скажешь о тех правилах игры, которые в ней приняты. Любую фигуру тополог имеет право сгибать, скручивать, сжимать и растягивать – делать с ней всё что угодно, только не разрывать и не склеивать. И при этом он будет считать, что ничего не произошло, все её свойства остались неизменными. Для него не имеют никакого значения ни расстояния, ни углы, ни площади. А что же его интересует? Самые общие свойства фигур, которые не изменяются ни при

каких преобразованиях, если только не случается катастрофы – «взрыва» фигуры. Поэтому иногда топологию называют «геометрией непрерывности».

Она известна и под именем «резиновая геометрия», потому что топологу ничего не стоит поместить все свои фигуры на поверхность детского надувного шарика и без конца менять его форму, следя лишь за тем, чтобы шарик не лопнул. А то, что при этом прямые линии, например, стороны треугольника, превратятся в кривые, для тополога глубоко безразлично.

Разнообразности проявления непрерывности в математике и широкий спектр различных подходов к её изучению привели к распаду единой топологии на ряд отделов, различных по предмету и методу изучения.

Топология – это наука, дающая математическую форму интуитивным понятиям, выраженным словами «быть соседним», «мало отличаться», «стремиться к...»

Топология – есть наука о топологических свойствах точечных множеств и функций.

Эти понятия, взятые из разных источников, а все они вместе дают полное определение топологии.

Отдельные результаты топологического характера были получены ещё в 18-19 веках. К этому периоду принадлежат: теорема Эйлера о выпуклых многогранниках, теорема Жордана о том, что лежащая в плоскости простая замкнутая линия разбивает плоскость на две части. Первые сведения по топологии (до 1930 г. она называлась «analytisch topologisch») можно найти в работах Карла Вейерштрасса (60-е годы прошлого века). Он даёт понятия предела функции и реконструирует систему действительных чисел. Появляются исследования Георга Катора (немецкого математика) по теории точечных множеств (1874-1895годы). Однако термин «топология» впервые появился в 1847 году в работе Листинга.

Первое направление топологии (называемое теоретико-множественной топологией) было утверждено Ф. Хаусдорфом и другими математиками (начало XX века).

Второе направление топологии (называемое комбинаторной или алгебраической топологией) начало развиваться в 90-х годах прошлого столетия. В этом направлении имеются работы А. Пуанкре, которые посвящены интегральному исчислению для высших размерностей.

Объединил теоретико-множественное и комбинаторное направления Л. Брауэр (1908). Он же изучил понятие размерности. Дальнейшее развитие объединённой теории было продолжено Д. Лефшецем и другими.

С 1930 года топология двигалась более ускоренным шагом. Огромнейший вклад внесли в эту науку М. Морс (теория критических точек), Х. Уитни (расслоенное пространство), Ж. Де Рама (дифференциальные формы).

Топология дала новый толчок дифференциальной геометрии и развила новую ветвь алгебры (называемой гомологической алгеброй) и алгебраическую геометрию.

Советские математики, начиная с 20-х годов, тоже внесли большой вклад в топологию. Особенно важные результаты принадлежат П.С. Александрову, А.Н. Колмогорову, Л.С. Понтрягину, П.С. Урысону.

В последние годы успешно работают в этой области математики В.А.Рохлин, М.М. Постников, С.П. Новиков, А.В.Чернавский и другие.

Топология превратилась в одну из основных граней математики и стала необходимой для многих её областей.

Глава 2. ЛИСТ МЁБИУСА – НАЧАЛО НОВОЙ НАУКИ ТОПОЛОГИИ

2.1. А. Ф. Мёбиус и его открытие.

А. Мёбиус родился 17 ноября 1790 года на территории княжеской школы Шульпфорте, близ Наумбурга. Его отец занимал в этой школе должность учителя танцев. Мать Мёбиуса была потомком Мартина Лютера. Отец умер, когда Августу было всего три года. Начальное образование Мёбиус получил дома и сразу высказал интерес к математике. С 1803 по 1809 годы учился в колледже, затем поступил в Лейпцигский университет. Первые полгода, в соответствии с рекомендациями семьи, он изучал право, но затем принял окончательное решение посвятить жизнь математике и астрономии. В этом выборе сказалось влияние преподававшего там известного астронома и математика Моллвейде. С 1816 года Август Мёбиус работал сначала астрономом-наблюдателем, затем директором в Плейсенбургской астрономической обсерватории (недалеко от Лейпцига).¹

Таинственный и знаменитый лист Мёбиуса (иногда говорят: "лента Мёбиуса") в 1858 г. придумал не сам немецкий геометр Август Фердинанд Мёбиус, а его горничная.²

На улице шел дождь. Была выкурена трубка, выпита чашка любимого кофе с молоком. Вид из окна навевал тоску. В кресле сидел мужчина. Мысли были разные, но как-то ничего особенного не приходило на ум. Только в воздухе витало ощущение, что именно этот день принесет славу и увековечит имя Августа Фердинанда Мёбиуса.

На пороге комнаты появилась любимая жена. Правда, она была не в хорошем расположении духа. Правильнее сказать, она была разгневана, что для мирного дома Мёбиусов было почти так же невероятно, как три раза в год увидеть парад планет, и категорически требовала немедленно уволить служанку, которая настолько бездарна, что даже не способна правильно сшить ленту.

¹ Приложение 2.1.

² Приложение 2.2.

Хмуро разглядывая злосчастную ленту, профессор воскликнул: «Ай да, Марта! Девочка не так уж глупа. Ведь это же односторонняя кольцевая поверхность. У ленточки нет изнанки!». Идея пришла ему в голову, когда служанка неправильно сшила ленту.

Открытая поверхность получила математическое обоснование и имя в честь описавшего ее математика и астронома.

Лента вдохновила на подвиги ни одного добряка-профессора. Взял ее на вооружение и цех парижских портных. Отныне в качестве экзамена для новичка, претендовавшего на зачисление в цех, было пришивание к подолу юбки тесьмы в форме ленты Мебиуса. Оценили по достоинству невольное изобретение Марты и учителя. Неугомонным нерадивым ученикам предлагалось покрасить стороны ленты Мебиуса в разные цвета. Пыхтя от усердия, школяры проводили за этим занятием немало времени.

Одновременно с Мёбиусом изобрел этот лист и другой ученик К.Ф. Гаусса – Иоганн Бенедикт Листинг (1808 – 1882), профессор Геттингенского университета. Свою работу он опубликовал на три года раньше, чем Мёбиус, – в 1862 году.

Что же поразило этих двух немецких профессоров? А то, что у листа Мёбиуса всего одна сторона. Мы же привыкли к тому, что у всякой поверхности, с которой мы имеем дело (лист бумаги, велосипедная или волейбольная камера), – две стороны.

2.2. Что такое лист Мёбиуса?

Лист Мёбиуса³ - это простейшая односторонняя поверхность с краем. Попасть из одной точки этой поверхности в любую другую можно, не пересекая края. Всякая замкнутая поверхность, лежащая в трёхмерном пространстве, разделяет его на две части — ограниченную «внутренность» и

³ Приложение 1.1.

неограниченную «внешность», подобно тому, как замкнутая кривая разделяет плоскость на две части.

Самое же удивительное, пожалуй, то, что мы смогли её сделать своими руками и это совсем несложно. Надо лишь взять полоску бумаги и для ясности обозначим углы с одной стороны ленты А и В, а с другой - С и Д. Далее склеить её концы, предварительно повернув один из них на 180° . Точка С совпадёт с точкой А, а точка Д - с точкой В. И тогда в ваших руках окажется лист или лента, или пояс Мёбиуса.

Изучая литературу, мы поняли, что открытие листа Мёбиуса дало толчок развитию нового раздела геометрии - топологии. Удивительные свойства листа Мёбиуса - он имеет один край, одну сторону, - не связаны с его положением в пространстве, с понятиями расстояния, угла и, тем не менее, имеют вполне геометрический характер. Изучением таких свойств занимается топология.

С точки зрения топологии баранка и кружка - это одно и то же. Сжимая и растягивая кусок резины, можно перейти от одного из этих тел ко второму. А вот баранка и шар - разные объекты: чтобы сделать отверстие, надо разорвать резину.

Сама топология, можно сказать, началась именно с листа Мёбиуса.

2.3. Свойства листа Мёбиуса.

Односторонность. В своей работе «Об объёме многогранников» Август Мёбиус описал геометрическую поверхность - лист Мёбиуса, обладающую совершенно невероятным свойством: она имеет только одну сторону! И мы наглядно можем убедиться, что у этой ленты Мёбиуса действительно всего одна сторона. Попробуем закрасить перекрученную ленту в два цвета – одним с внутренней стороны, а другим с внешней. Чтобы мы не придумывали, нам это не удастся. Но зато муравью, ползущему по листу Мёбиуса, не надо

переползает через край, чтобы попасть на противоположную сторону, как это видно на гравюре художника Маурица Эшера «Лента Мёбиуса II».⁴

Непрерывность. На листе Мёбиуса любая точка может быть соединена с любой другой точкой и при этом муравью на гравюре Эшера ни разу не придётся переползать через край «ленты». Разрывов нет – непрерывность полная⁵.

Связность. Если квадрат разрезать от стороны к стороне, то он, естественно, распадётся на два отдельных куска. Точно также любой удар ножом разделит яблоко на две части. Но вот чтобы разделить на две части кольцо, нужно уже два разреза. И два раза придётся резать бублик, если вы хотите угостить им двух друзей. А лист Мёбиуса? Если разрезать его вдоль, он превратится не в два отдельных кольца, а в одну целую ленту⁶.

⁴ Приложение 3.1.

⁵ Приложение 3.2.

⁶ Приложение 3.3.

Глава 3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ЛИСТОМ МЁБИУСА.

Эксперимент 1

Для изготовления листа Мёбиуса, нужно взять два конца ленты, перекрутив одну сторону на 180° , и склеить их⁷.

Что получится, если обыкновенное (не перекрученное) бумажное колечко разрезать вдоль его средней линии? Очевидно – два кольца. А если вы разрежете лист Мебиуса вдоль его средней линии, то вместо двух лент получится одна длинная лента с двумя полуоборотами.⁸

Эксперимент 2

Если разрезать ленту Мёбиуса, отступая от края приблизительно на треть её ширины, то получаются две ленты, одна - более тонкая лента Мебиуса, другая - длинная лента с двумя полуоборотами.⁹

Эксперимент 3

Если разрезать ленту на четыре равные части, то мы получим две ленты с двумя полуоборотами.¹⁰

Эксперимент 4

Чтобы доказать, что лента Мёбиуса односторонняя поверхность, нужно поставить в любую точку карандаш, маркер и т. д. и не отрывая, вести до того момента, пока вы не придёте в тоже место, откуда начинали.¹¹

Результаты мы вставили в таблицу.

⁷ Приложение 4.1.

⁸ Приложение 4.2.

⁹ Приложение 4.3.

¹⁰ Приложение 4.4.

¹¹ Приложение 4.5.

Таблица 1.

Результаты экспериментов.

| Описание эксперимента | Результат эксперимента |
|---|--|
| 1)Поставили точку на одной стороне обычного кольца и начертили непрерывную линию вдоль него, пока не пришли снова в отмеченную точку. | 1)Линия проходит вдоль кольца по одной стороне, приходит в начальную точку. Вторая сторона остаётся чистой. |
| 2)Поставили точку на одной стороне листа Мёбиуса и начертили непрерывную линию вдоль него, пока не пришли снова в отмеченную точку. | 2) Непрерывная линия проходит по двум сторонам, заканчиваясь в начальной точке. |
| 3)Обычное кольцо разрезали посередине вдоль. | 3)Получилось два кольца, уже, чем исходное, длина окружности которого такая же, что и у первоначального. |
| 4)Лист Мёбиуса разрезали посередине вдоль. | 4) Получилось одно кольцо в виде восьмёрки. Дополнительное исследование показало, что оно не является листом Мёбиуса. |
| 5)Разрезали лист Мёбиуса вдоль, отступив одну третью ширины от края? | 5) Получили два сцепленных друг с другом кольца: одно маленькое - лист Мёбиуса, другое большое – перекрученное на 360 градусов (не лист Мёбиуса) |
| 6) Разрезали лист Мёбиуса вдоль на 3 равные полоски. | 6) Получилось 2 кольца. Одно из них вдвое длиннее первоначальной ленты и вдвое перекручено (не является листом Мёбиуса); другое лист Мёбиуса. |
| 7) Разрезали лист Мёбиуса вдоль на 4 | 7) Получилось два больших |

равные полосы.

сцеплённых кольца, не являющихся
листами Мёбиуса.

Глава 4. ПРИМЕНЕНИЕ ЛИСТА МЁБИУСА

В технике

Кинолента

В 1923 году выдан патент №1442632 знаменитому американскому изобретателю Ли де Форс, который предложил записывать звук на киноленте без смены катушек, сразу с двух сторон – это лента Мёбиуса.¹²

Шлифовальная лента

В 1969 году советский изобретатель Губайдуллин получил авторское свидетельство №236278 на бесконечную шлифовальную ленту, работающими обеими своими сторонами. Он предложил натянуть сделанную из специального материала ленту Мёбиуса на два вращающихся ролика и покрыть ее крупинками твердого абразива. Такая лента служит в двое больше обычной.¹³

Ленточный конвейер в виде ленты Мебиуса может работать дольше, он равномерно изнашивается с двух сторон.

Матричный принтер

Во многих матричных принтерах красящая лента также имеет вид листа Мёбиуса для увеличения её ресурса.¹⁴

Силовая конструкция

Силовая конструкция¹⁵ (квадратная), мешалка (большая круглая), винты, испытывающиеся на модели судна (два маленьких круглых).

В архитектуре

Аттракцион “Американские горки” напоминает форму листа Мебиуса. В Москве находятся самые большие в мире горки такого вида.¹⁶

Книжная полка Infinity.

Дизайнер Джобс Келевий сломал форму, когда разрабатывал свой книжный шкаф Инфинити. Используя знак бесконечности и что-то похожее на ленту Мебиуса, в полке Инфинити дизайнер воплотил

¹² Приложение 5.1.

¹³ Приложение 5.2.

¹⁴ Приложение 5.3.

¹⁵ Приложение 5.4.

¹⁶ Приложение 5.6.

физическое представление о бесконечности. Это значит, что если вы прочитали все книги этой полки, считайте, что вы постигли всю бесконечность литературы.¹⁷

Грандиозная библиотека в Казахстане

Компания BIG Architects представила невероятный проект новой библиотеки, который будет служить в качестве многофункционального культурного центра Астаны, Казахстан.

Названная в честь Нурсултана Назарбаева, первого президента республики Казахстан, новая библиотека будет охватывать не только книги, но и пространство и время. Проект включает 4 архетипа – круг, ротонда, арка и юрта – они сливаются в форму листа Мёбиуса. В процессе проектирования BIG так же применяла высокотехнологическое моделирование для вычислений теплового воздействия на оболочку здания и максимального затенения.¹⁸

Само по себе здание сложное сопоставление различных идей и концепций. Оно образует спиральную окружность вокруг крепкого вертикального стержня, который позволяет посетителям библиотеки передвигаться между этажами. Изгибы здания образуют лист Мёбиуса, таким образом, внутреннее пространство переходит во внешнее и обратно. Подобным образом стены переходят в крышу, а крыша трансформируется обратно в стены. Естественный свет проникает во внутренние коридоры сквозь геометрические отверстия во внешней оболочке, создавая прекрасно освещённые пространства, идеальные для чтения.¹⁹

В искусстве

В Москве, на Комсомольском проспекте около кинотеатра «Горизонт» находится памятник «Ленте Мёбиуса».²⁰ Памятник был установлен в 1997 г.

¹⁷ Приложение 5.6.

¹⁸ Приложение 5.7.

¹⁹ Приложение 5.8.

²⁰ Приложение 5.9.

В моде

Интересная вещь шарф Мёбиуса появившаяся в гардеробах 21 века. Шарф Мёбиуса можно сделать самому, связав концы шарфа, перекрутив на один оборот.²¹

В математике

Лист Мёбиуса считают символом современной математики, так как именно он дал толчок новым математическим исследованиям.²²

В физике и астрономии

Физики утверждают, что все оптические законы основаны на свойствах листа Мебиуса, в частности, отражение в зеркале – это своеобразный перенос во времени, краткосрочный, длящийся сотые доли секунды, ведь мы видим перед собой...правильно, зеркального своего двойника.

Существует гипотеза, что наша Вселенная вполне вероятно замкнута в тот же самый лист Мёбиуса, согласно теории относительности, чем больше масса, тем больше кривизна пространства. Эта теория полностью подтверждает предположение, что космический корабль, всё время летящий прямо, может вернуться к месту старта, это подтверждает неограниченность и конечность Вселенной.

В фантастике

Лист Мёбиуса также постоянно встречается в научной фантастике, например, в рассказе Артура Кларка «Стена Темноты». Иногда научно – фантастические рассказы предполагают, что наша Вселенная может быть некоторым обобщенным листом Мёбиуса. В рассказе автора А.Дж. Дейча, бостонское метро строит новую линию, маршрут которой становится настолько запутанным, что превращается в лист Мёбиуса, после чего на этой линии начинают исчезать поезда.

В цирке

Мёбиусовый лист понравился не только математикам, но и фокусникам.

²¹ Приложение 5.10.

²² Приложение 5.11.

Более 100 лет лист Мёбиуса используется для показа различных фокусов и развлечений. Удивительные свойства листа демонстрировались даже в цирке, где подвешивались яркие ленты, склеенные в виде листов Мёбиуса. Фокусник закуривал сигарету и горящим концом дотрагивался до средней линии каждой ленты, которая была выполнена из калийной селитры. Огненная дорожка превращала первую ленту в более длинную, а вторую - в две ленты, продетая одна в другую. (В этом случае фокусник разрезал лист Мёбиуса не посередине, а на расстоянии в одну треть его ширины).

Глава 5. ЛИСТ МЁБИУСА В ПРИРОДЕ

Как зарождаются ленты Мебиуса, наверняка можно наблюдать где-то в природе. Где может происходить вращение по кругу с заворотом во внутрь?

Возможно, это водовороты, образованные при слиянии двух рек, одной стремительной, а другой тихой. Медленное течение тормозит быстрее, вода заворачивается по кругу и уходит вглубь. Это место очень опасное, человека, попавшего в такую воронку, может затянуть на глубину. Смерчи, ураганы и тайфуны – это пересечение ветров. Тогда возможно и такое: встретятся две линии магнитных потоков и образуют магнитную систему в форме вращающегося диска. Если на него падают лучи Солнца, он воспринимается, как летающая тарелка. Эти магнитные волчки могут катиться по поверхности, подпрыгивать, раскачиваться, проникать вглубь, подниматься вверх и улетать в Космос, они то и могут оставлять рисунки на полях. Если в такой путешествующий магнитный клубок врежется самолет, у него могут отказать приборы. Бермудские треугольники, путешествующие по океану, Черные Дыры в Космосе – все это те же пространственные магниты.

Человек – это тоже вихрь, стоящий на пересечении двух направлений: вертикальной линии взаимодействия между Землей и другими планетами и горизонтальной линии вращения Земли. Выходит, что и любой предмет – это разновидность одной и той же организации.

Есть гипотеза, что спираль ДНК сама по себе тоже является фрагментом ленты Мёбиуса, и только поэтому генетический код так сложен для расшифровки и восприятия. Больше того – такая структура вполне логично объясняет причину наступления биологической смерти: спираль замыкается сама на себя, и происходит самоуничтожение.²³

Создаваемые системы в пространстве далеко не всегда имеют правильную форму. Их могут заворачивать не только два пересекающихся

²³ Приложение 6.1.

направления. Здесь может происходить нечто более сложное, мудреная конфигурация предмета определяет совокупность составляющих его систем.

Система «летающих чисел» – когда по дате строительства дома, по его расположению относительно частей света можно установить зоны положительной и отрицательной энергии. Определяются области помещения, где идет восхождение энергии, и районы, где она направлена вниз. Вычисляются периоды, когда одна энергия переходит в другую, то есть когда происходит разворачивание ленты Мебиуса. По дате рождения человека можно определить его удачные и неудачные дни, строятся гороскопы. Можно так же просчитать, находится ли жилище в гармонии с его обитателем.

Если у человека есть сердце, то Сердце есть и у Вселенной. Кровеносная система устроена таким образом, что путь любой клетки крови обязательно проходит через сердце. Сердце должно быть соединено с каждой точкой своей системы лентой Мёбиуса.

Почему она названа лентой, ведь через точку может проходить только линия? Но тогда мы не сможем наблюдать, как эта замкнутая линия разворачивается. Лента – это линия, но обладающая свойствами плоскости. Что же производит разворачивание этой ленты на сто восемьдесят градусов? Вращательное движение. То самое движение, которое запущено во всей Вселенной: вращает Луну вокруг Земли, Землю вокруг Солнца, электрон вокруг ядра атома и т.д.

Любое поступательное перемещение должно всегда быть вращательным – это движение по ленте Мёбиуса большого радиуса. Любая лента Мёбиуса тоже в свою очередь вращается относительно определенной оси.

Глава 6. ОТКРЫТИЕ КЛЕЙНА

Лист Мёбиуса - первая односторонняя поверхность, которую открыл учёный. Позже математики открыли ещё целый ряд односторонних поверхностей. Лист Мебиуса – «условно двумерный объект» (он получен из плоской полоски), то его подружка - Бутылка Клейна полноправно занимает 3 измерения. Бутылка Клейна - 3D подружка плоского Мебиуса. Запустите сюда муравья, и бедняга побывает во всех точках Бутылки Клейна – не делая в ней дырок, и не переползая через край.²⁴

Если Лист Мёбиуса мы резали вдоль и поперёк. Что же будет, если разрезать Бутылку Клейна? Это невероятно, но получился Лист Мебиуса. Резать, правда, нужно так, что бы режущий предмет делал оборот в 360 градусов между начальной точкой и конечной. Поскольку бутылку Клейна можно разрезать так, чтобы получились два листа Мебиуса, должна существовать и обратная операция, о которой говорится в следующем шуточном стихотворении неизвестного автора:

Великий Феликс, Славный Клейн, Мудрец из Геттингена,
Считал, что Мебиуса лист— дар свыше несравненный.

Гуляя как-то раз в саду. Воскликнул Клейн наш пылко:

"Задача проста — возьмем два листа и склеим из них бутылку".

Бутылка Клейна в трёх измерениях - это аналог Листа Мёбиуса в двух измерениях.²⁵

Феликс Христиан Клейн — немецкий математик и педагог.²⁶

Феликс Клейн родился в Дюссельдорфе, в семье чиновника. Он окончил гимназию в Дюссельдорфе, потом учился математике и физике в Боннском университете. Вначале планировал стать физиком, но позже выбрал геометрию.

Одним из важнейших его достижений стало первое доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского; для этого он построил её

²⁴ Приложение 6.2.

²⁵ Приложение 6.3.

²⁶ Приложение 7.1.

интерпретацию в евклидовом пространстве. Он дал в 1882 году пример односторонней поверхности — «бутылку Клейна».

Лекции Клейна пользовались большой популярностью, многие из них были неоднократно переизданы и переведены на множество языков. Он также опубликовал несколько монографий по анализу, сводящих воедино достигнутые на тот момент результаты.

Мы не будем углубляться в его теории, функции, но всё же рассмотрим один его интересный объект – Бутылку Клейна.

В отличие от обычной бутылки, бутылка Клейна не имеет края, а её поверхность нельзя разделить на внутреннюю и наружную. Та поверхность, которая кажется наружной, непрерывно переходит в ту, которая кажется внутренней, как переходят друг в друга две, на первый взгляд различные, "стороны" листа Мебиуса. К сожалению, в трёхмерном пространстве нельзя построить бутылку Клейна, поверхность которой была бы свободна от точек самопересечения.

Свойства бутылки Клейна

Подобно ленте Мебиуса, бутылка Клейна является двумерным дифференцируемым неориентируемым многообразием. В отличие от ленты Мебиуса, бутылка Клейна является замкнутым многообразием, то есть компактным многообразием без края.

Бутылка Клейна не может быть вложена (только погружена) в трёхмерное евклидово пространство. Бутылка Клейна может быть получена склеиванием двух лент Мебиуса по краю. Хроматическое число поверхности равно 6.

Применение бутылки Клейна в жизни

На полуострове Морнингтон, что всего в двух часах от Мельбурна, Австралия, построен дом для отдыха. Клиенты хотели, чтобы ощущение отдыха на природе доминировало и ни за что не покидало. Внешний вид резиденции был навеян оригами и полностью опирался на топографические

особенности местности. Комнаты в буквальном смысле помещены внутрь, словно корабль в бутылку. В результате проект выглядит весьма неожиданно, традиционные компоненты жилого дома лишь обрели новый образ и смысл. Этот особняк радует, заряжает энергией, дарит ощущение свободы и неизвестности одновременно, ведь вы не знаете, что ждет вас за углом.²⁷

Сад космических раздумий, открытый для публики всего один день в году, вдохновлен наукой и математикой. Другого такого сада в мире просто нет. Формы научных и природных явлений соединяются в этом поразительном месте. Стальные кривые, созданные наукой, стоят впереди волнистых линий, щедро дарованных природой. Через совсем короткое время вы окажетесь лицом к лицу с чудесами черной дыры.²⁸

Сад был создан Чарльзом Дженксом вместе с его покойной супругой Мэгги Кесуик. Он расположен в Портрек - Хаусе вблизи Дамфриса. Это в Шотландии, между прочим! При его создании в 1989 году не были использованы те идеи, которые обычно приходят в голову людям, разбивающим сад. Взамен этого он был разработан, опираясь на идеи в уме, с целью провоцировать мысли (или хотя бы раздумья) о подлинной природе вещей.

Насыпь в форме улитки позволяет посетителям открыть для себя последовательность чисел Фибоначчи, согласно которой образована раковина, или хотя бы почувствовать ее у себя под ногами.²⁹

Сад мог быть заложен на базе этой замечательной лестницы, ведущей вниз от оригинального здания дворянской усадьбы XVIII века с добавлением викторианской эпохи — причудливой восьмиугольной библиотекой.

В городе Тайчжун (Тайвань) планируется построить конференц-центр, состоящий из зданий, построенных по законам эко-архитектуры³⁰.

²⁷ Приложение 7.2.

²⁸ Приложение 7.3.

²⁹ Приложение 7.4.

³⁰ Приложение 7.5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате работы над проектом я узнал, что топология – это часть геометрии, посвящённая изучению феномена, непрерывности. Топология одна из самых молодых наук, и стала она отдельной областью математики примерно 90 лет назад, но само её развитие приходится на последние 70 лет.

В математике имеются свойства, которые не нарушаются ни при каких непрерывных деформациях фигур. Это и есть топологические свойства. Некоторые топологические свойства наглядно демонстрирует лист Мёбиуса. Лист Мёбиуса – это такая « река», у которой один берег служит продолжением другого. Свойства листа Мёбиуса не нарушаются при топологических преобразованиях поверхности в нашем пространстве. Эти свойства являются топологическими. В ходе работы над проектом я узнал много интересного о Мёбиусе.

Лист Мебиуса - самая первая из односторонних поверхностей, положившая начало целому направлению в геометрии. По-прежнему привлекает к себе внимание учёных, изобретателей, художников и нас студентов. Мне было очень интересно изучать свойства листа Мёбиуса.

Лист Мебиуса имеет один край, одну сторону. Лист Мёбиуса – топологический объект. Как и любая топологическая фигура, он не меняет своих свойств, пока его не разрезают, не разрывают, или не склеивают его отдельные куски. Один край и одна сторона листа Мебиуса не связаны с его положением в пространстве, не связаны с понятиями расстояния. Лист Мёбиуса находит многочисленные применения в кулинарии, в технике, в физике, в живописи, в архитектуре, в оформлении ювелирных изделий, в бижутерии и в изучении свойств Вселенной. Вдохновлял он на творчество многих писателей и художников. Лист Мебиуса вдохновляет многих художников на создание известных скульптур и картин. Чудесные свойства листа порождают множество научных трудов, изобретений (весьма полезных и совершенно нереальных), а также множество фантастических рассказов.

Конечно же, главная ценность листа Мёбиуса состоит в том, что он дал толчок новым обширным математическим исследованиям. Именно поэтому его часто считают символом современной математики и изображают на различных эмблемах и значках, как, например, на значке механико-математического факультета Московского государственного университета.³¹

За период с 1936 по 2006 г., одна из высших наград в математике, медаль Филдса, была присуждена 48 математикам, 9 из них за исследования именно в топологии. В работах еще нескольких из лауреатов топологические методы играли важную роль.

Опыты с листом Мёбиуса не исчерпаны. Они бесконечны, интересны.

Данная тема доказала увлекательность такой науки как математика.

³¹ Приложение 8.1.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

1. Постников М. «Большая советская энциклопедия» том №26, «Топология», Москва, изд. «Советская энциклопедия», 1977 год
2. Штейнгауз Г. «Задачи и размышления», Москва, изд. «Мир», 1974 год
3. Пухначёв Ю. и Попов. «Математика без формул», Москва, изд. «Знание», 1978 год
4. Ю.Стинрод И. и Чинн У «Первые понятия топологии», Москва, изд. «Мир», 1967 год
5. Делоне Б. и Ефремович В. «Что такое топология?», «Наука и жизнь» №8, Москва, 1970 год
6. Люсвен Феликс. «Элементарная математика в современном изложении», Москва, изд. «Просвещение», 1967 год
7. Лист Мёбиуса [Электронный ресурс] - Режим доступа <http://sbatal.jimdo.com/применение/>
8. Стихи [Электронный ресурс] – Режим доступа <http://www.stihi.ru/2007/02/04-1083>

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

1. Лист Мёбиуса



Приложение 2

1. Август Фердинанд Мёбиус



2. Служанка Мёбиуса



Приложение 3

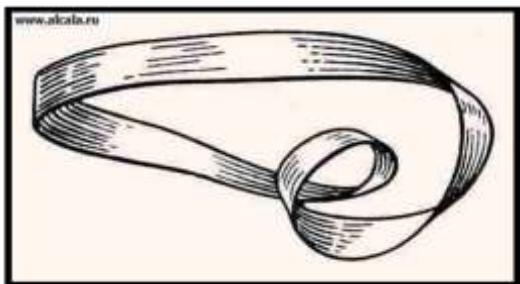
1.Односторонняя поверхность



2.Картина Эшера

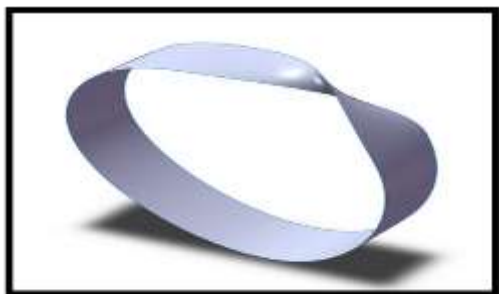


3.Связность ленты

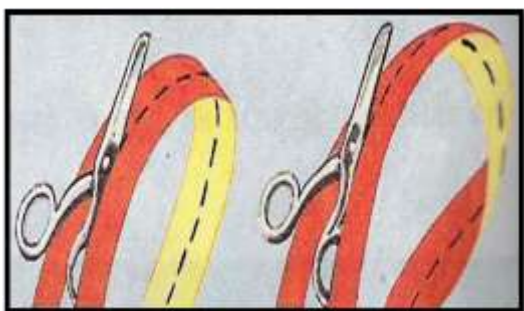


Приложение 4

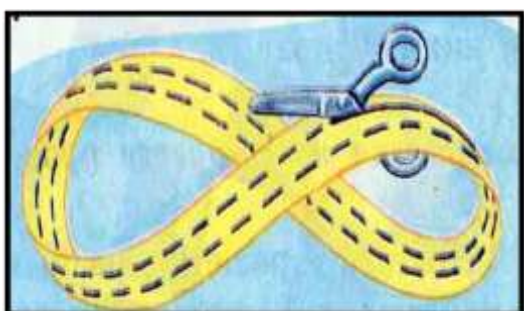
1.Изготовление листа Мёбиуса



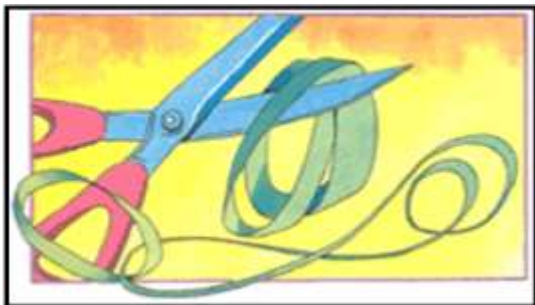
2.Разрез на две части



3.Разрез на три части



4.Разрез на 4 части



5.Проверка односторонности

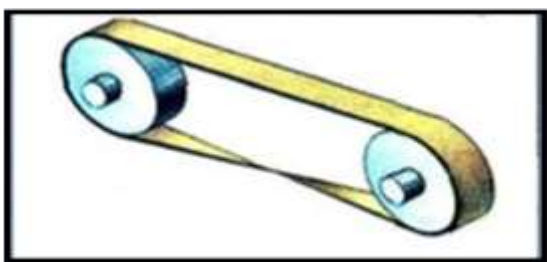


Приложение 5

1. Кинолента



2. Шлифовальная лента



3. Матричный принтер



4. Силовая конструкция



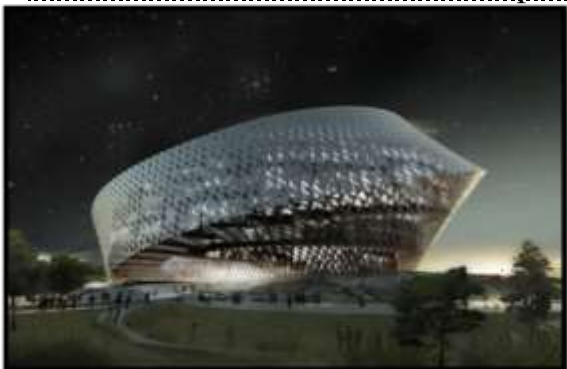
5. Атракционы



6. Книжная полка Infinity



7. Самая большая библиотека мира в Казахстане



8. Библиотека внутри



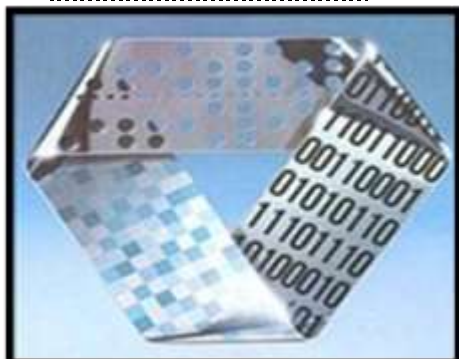
9.Скульптура в Москве «Лист Мёбиуса»



10.Шарф Мёбиуса



11.Символ математики

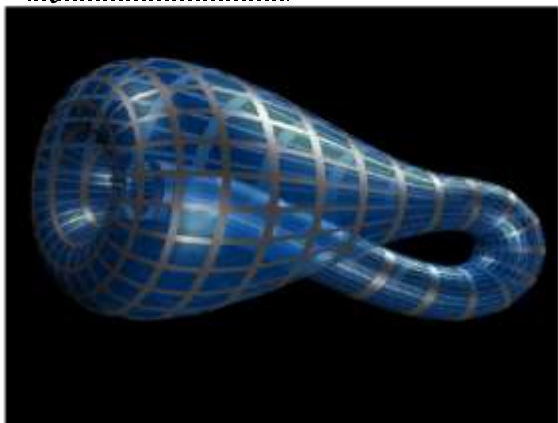


Приложение 6

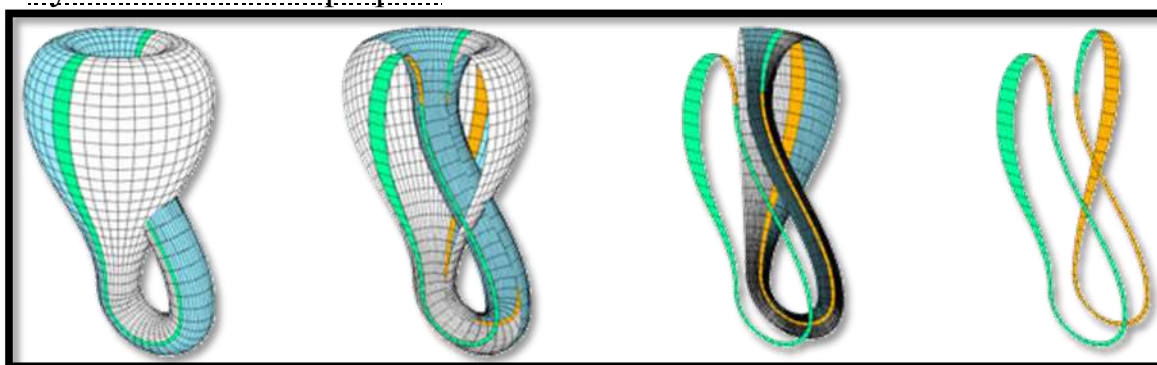
1.Спираль ДНК



2.Бутылка Клейна



3.Бутылка Клейна в разрезе



Приложение 7

1.Христиан Феликс Клейн



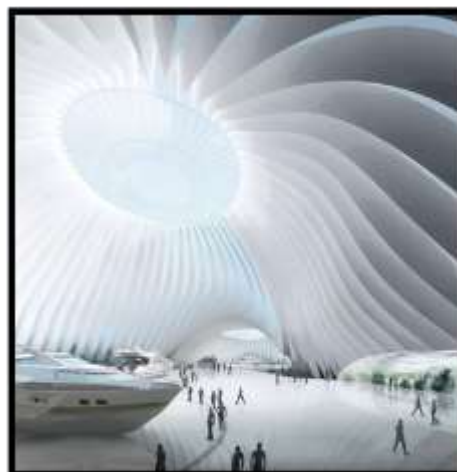
2.Дом отдыха



3. Сад космических раздумий



4. Конференц-центр



Приложение 8.

1. Эмблема механико-математического факультета в Санкт-Петербурге

